

P 23

Interférences non localisées de deux ondes cohérentes

23.1

Compétences du chapitre

Notions et contenus	Capacités exigibles
Superposition d deux ondes incohérentes entre elles.	<ul style="list-style-type: none"> • Exploiter l'additivité des intensités.
Superposition de deux ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles. Formule de Fresnel : $I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi$	<ul style="list-style-type: none"> • Vérifier que les principales conditions pour que le phénomène d'interférences apparaisse (égalité des pulsations et déphasage constant dans le temps) sont réunies. • Établir et exploiter la formule de Fresnel. • Associer un bon contraste à des intensités I_1 et I_2 voisines.
Trous d'Young ponctuels dans un milieu non dispersif : source à distance finie et observation à grande distance finie et à l'infini. Ordre d'interférence p .	<ul style="list-style-type: none"> • Exprimer et utiliser l'ordre d'interférences. • <i>Décrire et mettre en œuvre une expérience simple d'interférences : trous d'Young ou fentes d'Young.</i> • <i>Montrer la non localisation des franges d'interférences.</i>
Variations de l'ordre d'interférences p avec la position du point d'observation; franges d'interférences. Interfrange.	<ul style="list-style-type: none"> • Interpréter la forme des franges observées.
<i>Comparaison entre deux dispositifs expérimentaux : trous d'Young et fentes d'Young.</i>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Comparer les deux dispositifs en mettant en évidence analogies et différences.</i>

23.2 Superposition de deux ondes

23.2.1 Composition de deux vibrations

23.2.1.1 Démonstration en réels

Lorsque deux ondes se superposent, leurs amplitudes s_1 et s_2 des vibrations s'ajoutent et l'amplitude totale s vaut :

$$s = s_1 + s_2 = a_1 \cos[\omega_1 t - \varphi_1(M, t)] + a_2 \cos[\omega_2 t - \varphi_2(M, t)]$$

L'intensité $\mathcal{I}(M)$ est donnée (à un facteur multiplicatif près) par la moyenne de l'amplitude au carré :

$$\mathcal{I} = \mathcal{K} \langle s^2 \rangle = \mathcal{K} \langle [a_1^2 \cos^2[\omega_1 t - \varphi_1(M, t)] + a_2^2 \cos^2[\omega_2 t - \varphi_2(M, t)]] + \mathcal{K} \langle [2 a_1 a_2 \cos[\omega_1 t - \varphi_1(M, t)] \cos[\omega_2 t - \varphi_2(M, t)]] \rangle.$$

On a alors :

$$\mathcal{I} = \mathcal{K} \left[\frac{1}{2} a_1^2 + \frac{1}{2} a_2^2 \right] + \mathcal{K} \langle [a_1 a_2 \cos[(\omega_1 + \omega_2)t - \varphi_1(M, t) - \varphi_2(M, t)] + \cos[(\omega_1 - \omega_2)t - \varphi_1(M, t) + \varphi_2(M, t)]] \rangle$$

Les pulsations étant positives, la valeur moyenne du terme $\cos[(\omega_1 + \omega_2)t - \varphi_2(M, t) - \varphi_1(M, t)]$ est forcément nulle et il reste donc :

$$\mathcal{I} = \mathcal{K} \left[\frac{1}{2} a_1^2 + \frac{1}{2} a_2^2 \right] + \mathcal{K} \langle a_1 a_2 [\cos(\omega_1 - \omega_2)t - \varphi_1(M, t) + \varphi_2(M, t)] \rangle$$

Le premier terme correspond à l'intensité de l'onde de pulsation ω_1 seule et le deuxième terme à l'intensité de l'onde de pulsation ω_2 seule.

On en déduit :

$$\mathcal{I}(M) = \mathcal{I}_1(M) + \mathcal{I}_2(M) + \mathcal{K} \langle a_1 a_2 [\cos(\omega_1 - \omega_2)t - (\varphi_1(M, t) - \varphi_2(M, t))] \rangle$$

$$\mathcal{I}(M) = \mathcal{I}_1(M) + \mathcal{I}_2(M) + 2 \sqrt{\mathcal{I}_1(M) \mathcal{I}_2(M)} \langle \cos[(\omega_2 - \omega_1)t - (\varphi_2(M, t) - \varphi_1(M, t))] \rangle$$

23.2.1.2 Démonstration en complexes

En utilisant les vibrations complexes, on tombe directement sur cette expression :

$$\underline{s} = \underline{s}_1 + \underline{s}_2$$

et :

$$\underline{s}^* = \underline{s}_1^* + \underline{s}_2^*$$

On a :

$$\underline{s} \underline{s}^* = [a_1 \exp(i[\omega_1 t - \varphi_1(M, t)]) + a_2 \exp(i[\omega_2 t - \varphi_2(M, t)])] \times [a_1 \exp(-i[\omega_1 t - \varphi_1(M, t)]) + a_2 \exp(-i[\omega_2 t - \varphi_2(M, t)])]$$

Soit :

$$\begin{aligned} \underline{s} \underline{s}^* a_1^2 + a_2^2 + a_1 a_2 [\exp(i[\omega_1 t - \omega_2 t + \varphi_2 - \varphi_1]) + \exp(i[\omega_2 t - \omega_1 t - \varphi_2 + \varphi_1])] \\ = a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 \cos[(\omega_2 - \omega_1)t - (\varphi_2 - \varphi_1)] \end{aligned}$$

L'intensité $\mathcal{I}(M)$ est donnée par :

$$\mathcal{I} = \mathcal{K} \langle s^2(t) \rangle$$

avec :

$$\langle s^2(t) \rangle = \frac{1}{2} \mathcal{R}e(\underline{s}(t) \underline{s}^*(t))$$

Donc :

$$\mathcal{I} = \mathcal{K} \langle s^2(t) \rangle = \frac{1}{2} \mathcal{K} \mathcal{R}e(\underline{s}(t) \underline{s}^*(t))$$

$$\mathcal{I}(M) = \mathcal{I}_1(M) + \mathcal{I}_2(M) + 2 \sqrt{\mathcal{I}_1(M) \mathcal{I}_2(M)} \langle \cos[(\omega_2 - \omega_1)t - (\varphi_2(M, t) - \varphi_1(M, t))] \rangle$$

23.2.1.3 Conclusion

Le dernier terme est le terme d'interférences.

On ne peut observer des interférences que si ce terme d'interférences est :

- non nul en valeur moyenne, ce qui signifie que les pulsations sont égales, soit $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$,
- constant dans le temps, ce qui signifie que le terme $\varphi(M, t) = \varphi_2(M, t) - \varphi_1(M, t)$ **est également constant dans le temps.**

Dans ce cas, on a :

$$\mathcal{I}(M) = \mathcal{I}_1(M) + \mathcal{I}_2(M) + 2 \sqrt{\mathcal{I}_1(M) \mathcal{I}_2(M)} \langle \cos[\varphi_2(M, t) - \varphi_1(M, t)] \rangle$$

On observe des zones plus ou moins lumineuses suivant le point d'observation.

23.2.2 Localisation des interférences

On peut placer l'écran en un endroit quelconque de l'espace atteint par les deux ondes.

Le champ d'interférences est par exemple représenté ainsi :

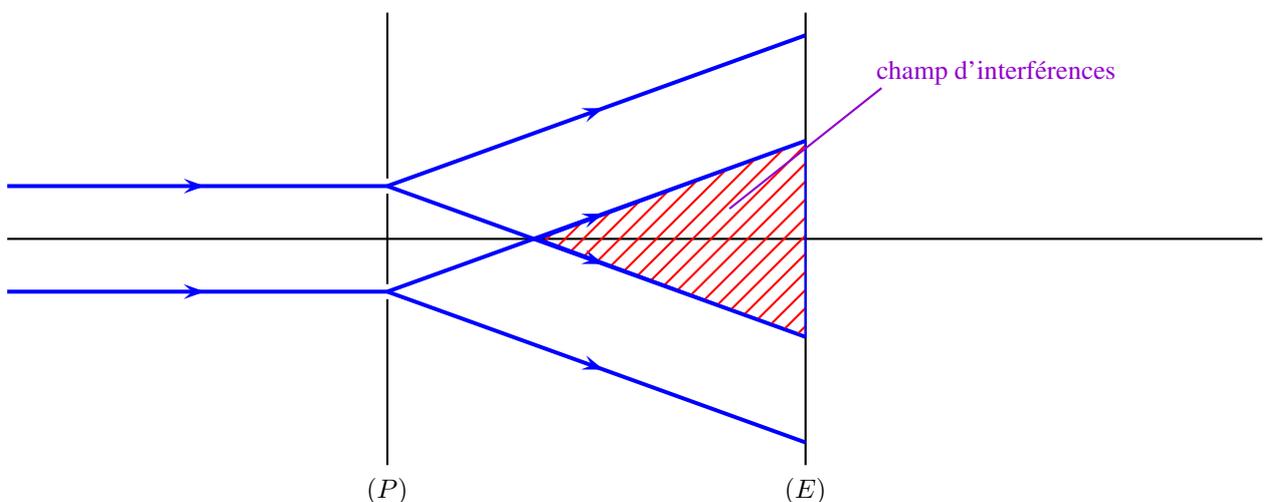


FIGURE 23.1 – Champ d'interférences

On dit que les interférences sont non localisées.

23.2.3 Synchronisme des sources

Comme nous venons de le voir, il est nécessaire, pour observer des interférences, que les deux pulsations ω_1 et ω_2 soient identiques. On dit dans ce cas que les deux sources sont **synchrones**.

23.2.4 Notion de cohérence

Lorsque 2 sources de lumière sont allumées dans une pièce, les zones éclairées sont lumineuses et il n'y a pas d'interférences entre les 2 sources.

Ceci est lié au fait que les trains d'onde émis par les sources ne se superposent pas.

23.2.4.1 Sources incohérentes

Ainsi, pour deux sources physiquement différentes, ces trains d'onde sont déphasés de manière aléatoire.

Le déphasage $\varphi_2(M, t) - \varphi_1(M, t)$ n'est donc pas constant dans le temps en un point M donné : le terme d'interférences est alors nul.

Pour de telles ondes **incohérentes**, il n'y a pas d'interférences, l'intensité est uniforme autour de M :

$$\mathcal{I}(M) = \mathcal{I}_1(M) + \mathcal{I}_2(M)$$

On ne peut pas observer d'interférences entre deux sources lumineuses distinctes car dans ce cas, le terme d'interférences est nul en valeur moyenne et les intensités des deux sources s'ajoutent.

23.2.4.2 Sources cohérentes

Le caractère aléatoire de l'émission spontanée entraîne une incohérence de chaque source, mais aussi une incohérence mutuelle des différentes sources.

Afin d'obtenir des trains d'onde qui ne soient plus déphasés de façon aléatoire, les ondes issues des sources S_1 et S_2 doivent provenir de la désexcitation d'un même atome. Ainsi, la quantité $\varphi_2(M, t) - \varphi_1(M, t)$ varie dans l'espace mais est constante dans le temps en un point fixé.

Les deux sources sont alors dites **cohérentes**.

Pour que cette condition soit remplie, il est nécessaire que les trains d'onde parvenant en un point M soient émis au même instant. Si la différence entre les durées de parcours est trop grande, le premier train d'onde est totalement arrivé alors que le deuxième n'est pas encore là. dans ce cas, il n'y a pas de **recouvrement des trains d'onde** et le terme d'interférences est nul.

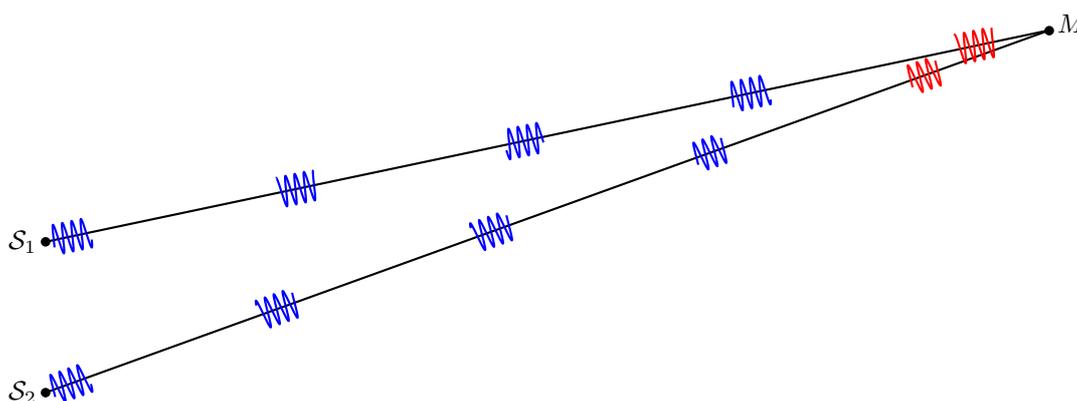


FIGURE 23.2 – Non recouvrement des trains d'onde

Une condition pour que des sources cohérentes produisent effectivement des interférences est alors :

$$\Delta t_{12} \lesssim \tau$$

où :

- Δt_{12} représente la différence des temps de parcours des trains d'onde émis par les sources,
- τ représente la durée d'un train d'onde.

En notant $\delta_{(M)} = c \Delta t_{12}$ la différence de marche (différence des chemins optiques) entre les 2 trajets et $\ell_c = c \tau$ la longueur d'un train d'onde, la condition précédente peut également s'écrire :

$$\delta_{(M)} \lesssim \ell_c$$

Lorsque les trains d'onde émis simultanément se superposent, on dit que les sources sont **corrélées**.

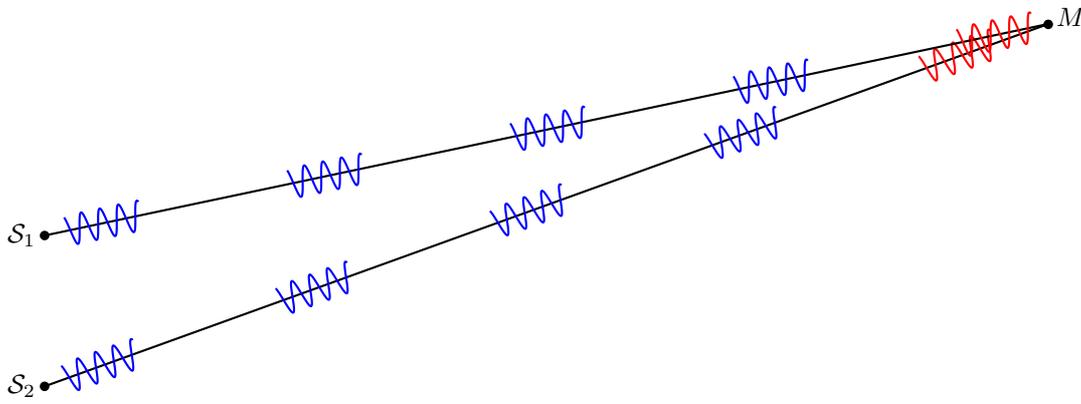


FIGURE 23.3 – Recouvrement des trains d'onde



— Remarque —

Pour une onde monochromatique et donc parfaitement sinusoïdale, la durée τ des trains d'onde est infinie et cette condition est alors automatiquement vérifiée.

De façon pratique, c'est le cas pour les lasers.

23.2.4.3 En conclusion

Pour obtenir des interférences, il faut que les sources soient synchrones, c'est-à-dire $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$ correspondant à la longueur d'onde λ_0 . Ainsi, on a :

$$\varphi(M, t) = \varphi_2(M, t) - \varphi_1(M, t) = \frac{2\pi}{\lambda_0} [(S_2M) - (S_1M)] + \varphi_{S_2}(t) - \varphi_{S_1}(t)$$

On obtient :

$$\varphi(M, t) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_{(M)} + \varphi_{S_2}(t) - \varphi_{S_1}(t)$$

Le déphasage $\varphi(M, t)$ dépend du temps car $\varphi_{S_2}(t)$ et $\varphi_{S_1}(t)$ dépendent du temps. Il a deux origines :

- $\varphi_{S_2}(t) - \varphi_{S_1}(t)$ correspondant au déphasage originel entre les deux sources,
- $\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_{(M)}$ correspondant au déphasage supplémentaire lié à la différence de chemin optique entre les rayons issus de des deux sources.

Deux ondes synchrones ne donnent donc pas nécessairement des interférences : il faut en plus qu'elles soient corrélées, c'est-à-dire cohérentes entre elles. Cela signifie que $\varphi_{S_2}(t) - \varphi_{S_1}(t) = C^{te}$.

- Des sources non corrélées n'interfèrent pas :
L'intensité totale est égale à la somme des intensités de chaque source.
- Des sources monochromatiques corrélées interfèrent :
L'intensité totale comporte un terme d'interférences. Son calcul nécessite de passer d'abord par les amplitudes.
- Il n'y a pas d'interférences entre les ondes lumineuses de longueur d'onde différentes d'une source polychromatique :
On ajoute les intensités dues à chaque longueur d'onde.

23.2.5 Étude de l'intensité lumineuse

Dans le cas où les sources interfèrent, l'intensité lumineuse vaut alors :

$$\mathcal{I}_{(M)} = \mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2 + 2 \sqrt{\mathcal{I}_1 \mathcal{I}_2} \cos \varphi(M)$$

L'allure de cette intensité lumineuse, lorsque les deux sources interfèrent est alors de la forme suivante :

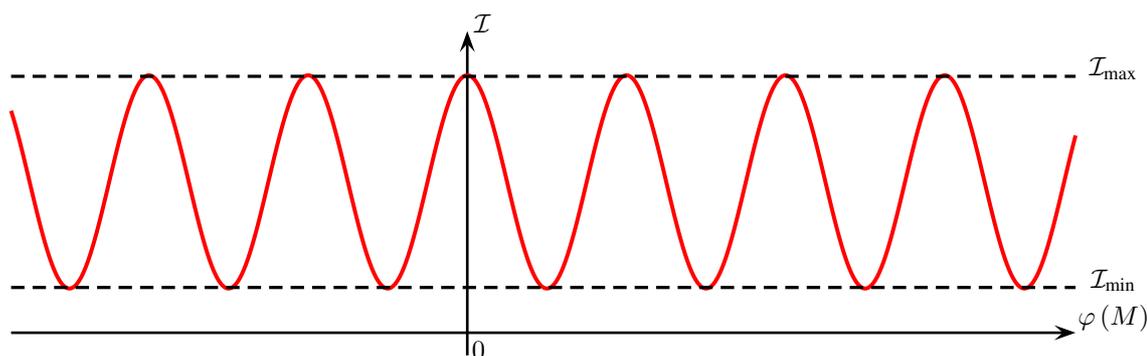


FIGURE 23.4 – Intensité lumineuse sur l'écran

- L'intensité est maximale pour $\varphi = 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ et vaut :

$$\mathcal{I}_{\max} = \mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2 + 2 \sqrt{\mathcal{I}_1 \mathcal{I}_2} = (\sqrt{\mathcal{I}_1} + \sqrt{\mathcal{I}_2})^2$$

Dans ce cas, on parle d'interférences constructives.

- L'intensité est minimale pour $\varphi = \pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ et vaut :

$$\mathcal{I}_{\min} = \mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2 - 2 \sqrt{\mathcal{I}_1 \mathcal{I}_2} = (\sqrt{\mathcal{I}_1} - \sqrt{\mathcal{I}_2})^2$$

Dans ce cas, on parle d'interférences destructives.

23.2.6 Contraste



— Contraste —

Le contraste est défini par :

$$C = \frac{\mathcal{I}_{\max} - \mathcal{I}_{\min}}{\mathcal{I}_{\max} + \mathcal{I}_{\min}}$$

Ici, il vaut :

$$C = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$

Celui-ci est maximal lorsque $I_1 = I_2$ et il vaut alors $C = 1$ (Dans ce cas, $I_{\min} = 0$).

Pour réaliser de telles sources S_1 et S_2 , on utilise un dispositif à division d'amplitude (type interféromètre de Michelson) ou un dispositif à division du front d'onde (trous d'Young). D'autres dispositifs à division du front d'onde existent.

23.3 Interférences à l'infini de deux sources cohérentes et synchrones

Considérons un dispositif interférentiel simple comme le dispositif des trous d'Young ou bien celui des miroirs de Fresnel. Dans les deux cas, les rayons semblent provenir des **sources secondaires** S_1 et S_2 . Ces deux sources sont synchrones et cohérentes entre elles.

23.3.1 Nature des interférences : deux cas de figures

Dans le cas où on se limite à des sources ponctuelles (type trous d'Young) dans une plaque opaque, on obtient 2 cas de figure suivant que l'écran est placé perpendiculairement au segment $S_1 S_2$ ou parallèlement au segment $S_1 S_2$ (en violet et en plus fin sur l'écran 2, cas des fentes verticales centrées en S_1 et S_2).

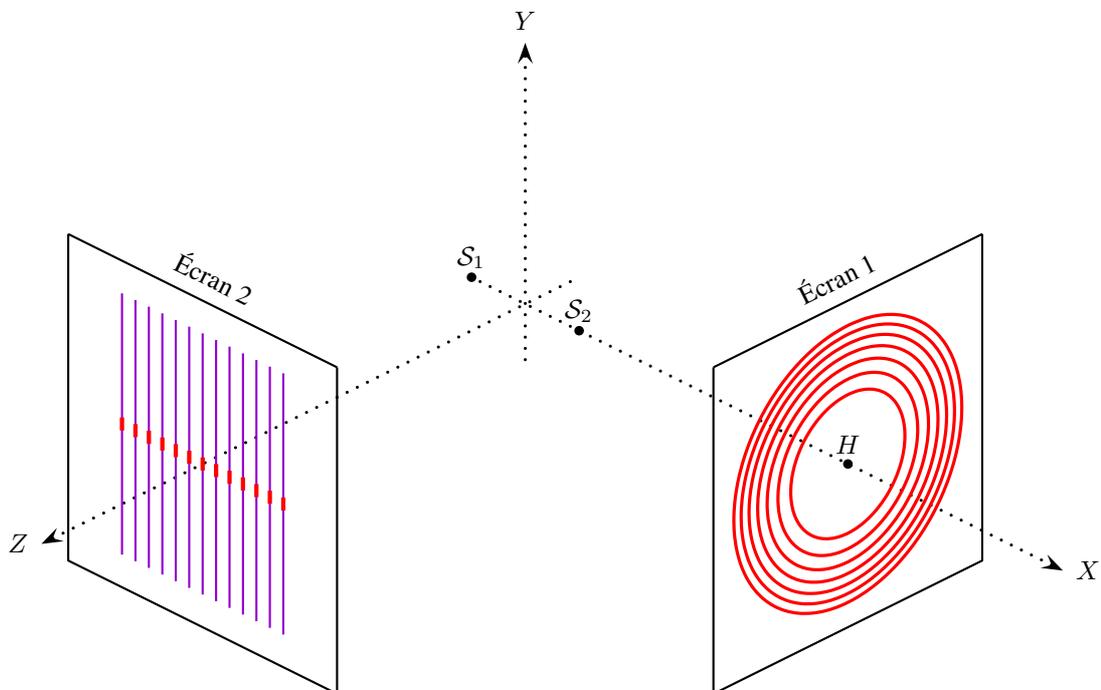


FIGURE 23.5 – Interférences : 2 écrans

Sur l'écran 1

Oy étant un axe de symétrie pour le système étudié, la figure d'interférences est donc invariante par rotation autour de cet axe.

Les franges d'interférences sur l'écran 1 sont donc nécessairement des cercles de centre H .

Sur l'écran 2

Les points d'égale intensité décrivent sur cet écran des hyperboles. Cependant, pour une région peu étendue autour de l'axe Ox et pour une distance écran-sources grande devant les dimensions de l'écran, on pourra assimiler ces hyperboles à des segments.

Pour des raisons de symétrie encore, ces franges d'interférences sont donc parallèles au plan médiateur des sources.

23.3.1.1 Forme réelle des franges

— Remarque —

Les points d'égale intensité lumineuse sont ceux pour lesquels $(S_2M - S_1M) = C^{te}$.

Dans l'espace, cela correspond à des hyperboloïdes de révolution dont S_1 et S_2 sont les foyers. On les obtient en traçant des hyperboles de foyers S_1 et S_2 dans un plan quelconque les contenant puis en faisant tourner ce plan autour de l'axe S_1S_2 .

Sur l'écran 2, on observe donc en réalité des branches d'hyperboles (intersection des hyperboloïdes avec le plan de l'écran) mais localement, dans une région proche du centre, ces hyperboles peuvent être assimilées à des droites.

Sur l'écran 1 en revanche, ce sont des anneaux parfaits qui sont observés.

Illustration ci-dessous :

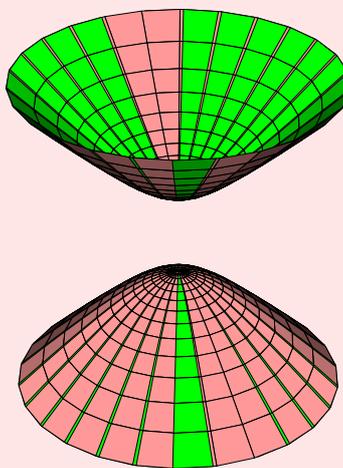
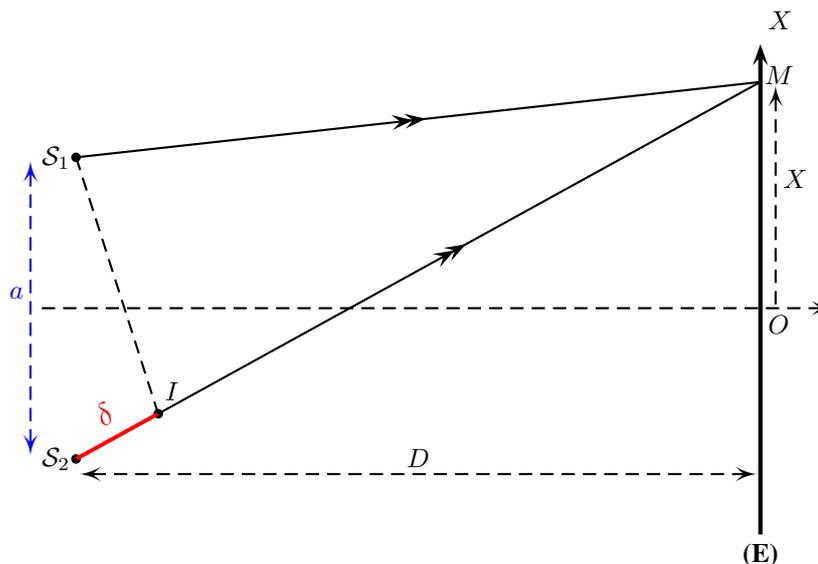


FIGURE 23.6 – Hyperboloïdes

23.3.2 Écran parallèle au segment S_1S_2

23.3.2.1 Dispositif sans lentille

FIGURE 23.7 – Interférences sans lentille : écran parallèle à S_1S_2

23.3.2.2 Différence de marche

Soit a la distance séparant S_1 et S_2 , D la distance entre le segment S_1S_2 et le plan contenant M . Ces points sont définis par :

$$M = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ 0 \end{pmatrix} \quad S_1 = \begin{pmatrix} \frac{a}{2} \\ 0 \\ -D \end{pmatrix} \quad S_2 = \begin{pmatrix} -\frac{a}{2} \\ 0 \\ -D \end{pmatrix}$$

On a :

$$S_2M - S_1M = r_2 - r_1$$

Exprimons les distances au carré :

$$\begin{aligned} S_2M^2 &= \left(X + \frac{a}{2}\right)^2 + Y^2 + D^2 \\ &= X^2 + Y^2 + aX + D^2 + \frac{a^2}{4} \end{aligned}$$

De la même façon :

On peut alors faire les approximations suivantes, appelées approximations axiales, ce qui revient à considérer que M est au voisinage de la médiane de $[S_1S_2]$:

$$a \ll D$$

$$X \ll D$$

$$Y \ll D$$

D'où le développement limité de \mathcal{S}_1M et \mathcal{S}_2M :

$$\begin{aligned}\mathcal{S}_2M &= D \sqrt{1 + \frac{X^2 + Y^2 + \frac{a^2}{4}}{D^2} + \frac{aX}{D^2}} \\ &\simeq D \left(1 + \frac{X^2 + Y^2 + \frac{a^2}{4}}{2D^2} + \frac{aX}{2D^2} \right)\end{aligned}$$

De même pour l'expression de \mathcal{S}_1M :



Au final, on obtient :



Soit :

$$\mathcal{S}_2M - \mathcal{S}_1M \simeq \frac{aX}{D}$$

Cette grandeur est appelée différence de marche ou différence de chemin optique. Cette grandeur est notée δ .

Les unités :

La différence de marche δ s'exprime en mètres m .

Ici, on a donc :

$$\delta = \frac{aX}{D}$$



— Remarque —

Dans un milieu d'indice uniforme n , les chemins optiques valent :

$$(\mathcal{S}_1M) = n \mathcal{S}_1M \text{ et } (\mathcal{S}_2M) = n \mathcal{S}_2M$$

Dans ce cas, la différence de marche vaut :

$$\delta = n \frac{aX}{D}$$

23.3.2.3 Intensité lumineuse en un point de l'écran



— Déphasage —

Pour une source lumineuse monochromatique de longueur d'onde λ_0 , le déphasage est défini par :

$$\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda_0}$$

Soit ici :

$$\varphi = \frac{2\pi a X}{\lambda_0 D}$$



— Ordre d'interférence —

L'ordre d'interférence est défini par :

$$p = \frac{\delta}{\lambda_0}$$

Ici :

$$p = \frac{a X}{\lambda_0 D}$$

On a alors :

$$\varphi = 2\pi p$$

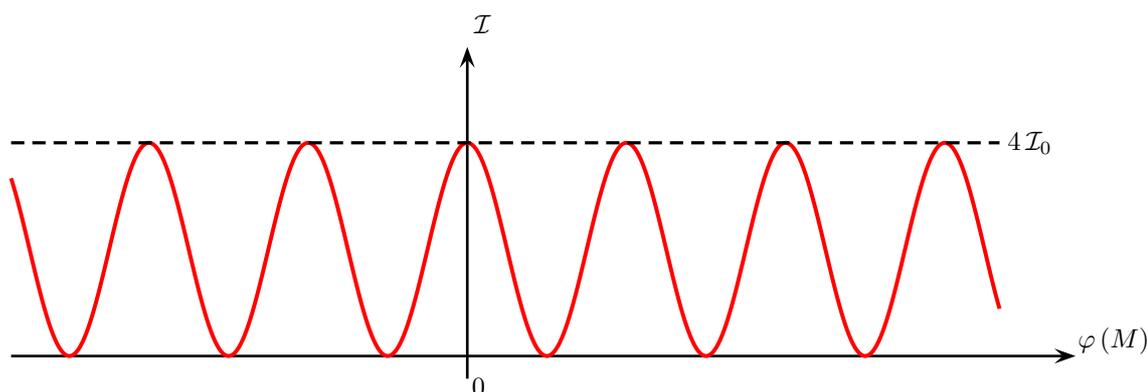
Si les deux sources émettent avec la même intensité $\mathcal{I}_1 = \mathcal{I}_2 = \mathcal{I}_0$, alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{I} &= \mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2 + 2\sqrt{\mathcal{I}_1 \mathcal{I}_2} \cos \varphi \\ &= 2\mathcal{I}_0 (1 + \cos \varphi) \end{aligned}$$

L'intensité lumineuse est alors donnée par l'expression :

$$\mathcal{I}_{(M)} = 2\mathcal{I}_0 \left(1 + \cos \left[\frac{2\pi a X}{\lambda_0 D} \right] \right)$$

Comme déjà précisé, elle a l'allure suivante :



Les franges d'interférences correspondent à $\mathcal{I}_{(M)} = C^{te}$, donc pour $X = C^{te}$: ce sont donc des franges rectilignes parallèles à l'axe Y .

Suivant la couleur de la source, on pourra obtenir, par exemple avec du rouge (ici $632,8 \text{ nm}$), du vert (546 nm) ou du bleu (436 nm) :

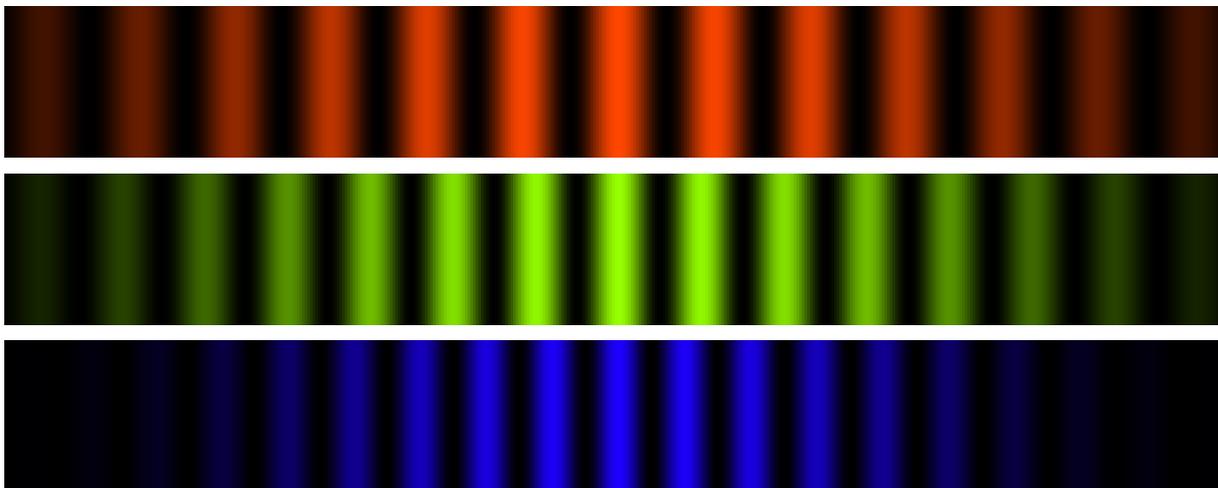


FIGURE 23.8 – Interférences à 2 ondes

L'ordre d'interférence étant donné par :

$$p_{(M)} = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{a X}{\lambda_0 D}$$

- Si p est entier, alors l'intensité est maximale et on observe en M une frange brillante.
- Si p est demi-entier, alors l'intensité est minimale et on observe en M une frange sombre.

En considérant un déphasage et une différence de marche positifs :

- les franges brillantes sont données par $\varphi = 2 k \pi$, $k \in \mathbb{Z}$, soit $\delta = k \lambda_0$,
- les franges sombres sont données par $\varphi = \pi + 2 k \pi = (2 k + 1) \pi$, $k \in \mathbb{Z}$,
soit $\delta = \frac{2 k + 1}{2} \lambda_0$.



— Frange centrale —

La frange centrale est définie par $\delta = 0$.

Ici, $\delta = 0$ correspond à $p = 0$.

p étant entier, cela signifie que cette frange centrale est brillante et qu'elle se trouve en $X = 0$.



Ce n'est pas toujours le cas !



— Interfrange —

L'interfrange est la distance sur l'écran entre deux franges successives de même nature.

Elle est donnée par :

On en déduit l'interfrange :

$$i = \frac{\lambda_0 D}{a}$$



— Remarque —

On aurait pu, pour simplifier, considérer la distance entre 2 franges brillantes, soit $p = k \in \mathbb{Z}$.

⇒ **Activité 23.1**

Les franges d'interférences décrites page 413 sont-elles en accord avec la formule précédente ?

23.3.2.4 Dispositif avec lentille

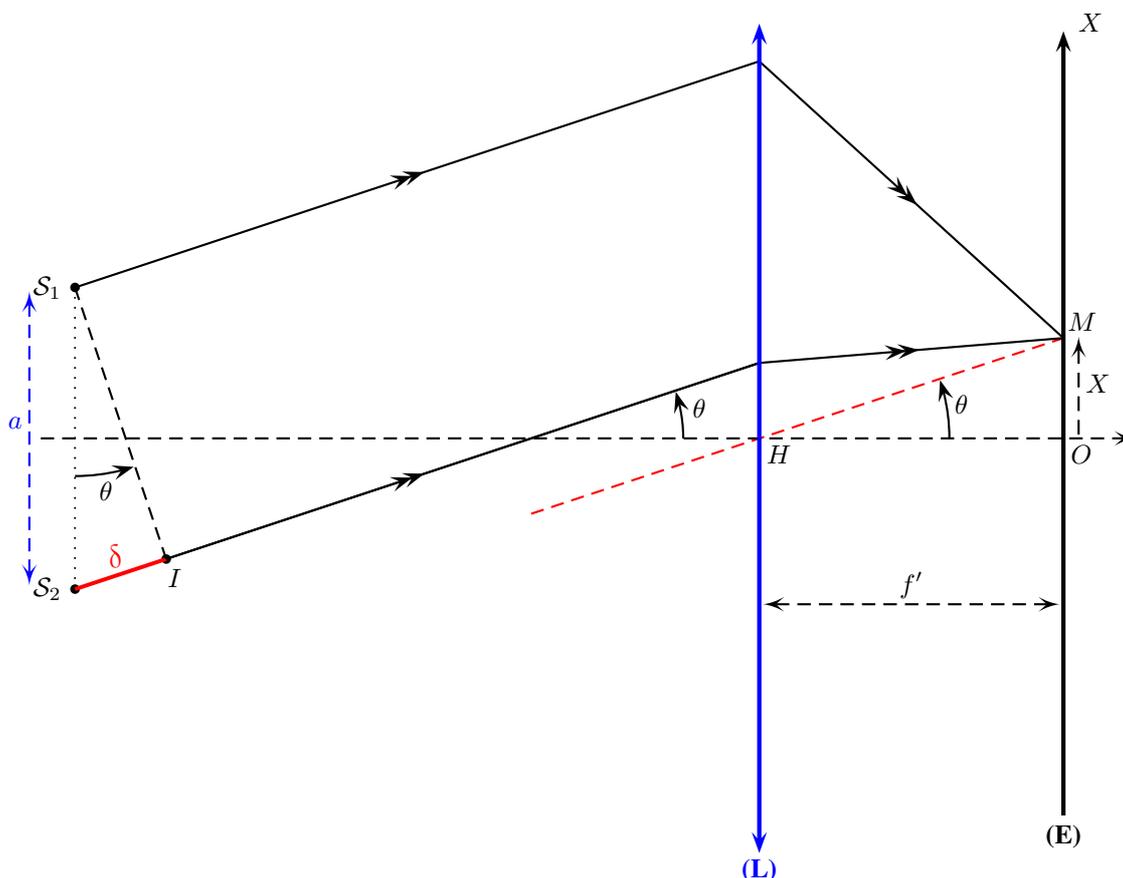


FIGURE 23.9 – Interférences avec lentille : écran parallèle à S_1S_2

Cette fois-ci, on peut calculer dans les triangles OHM et S_1IS_2 :

$$\tan \theta = \frac{X}{f'} \quad \text{et} \quad \sin \theta = \frac{\delta}{a}$$

En effectuant l'approximation $\tan \theta \simeq \sin \theta \simeq \theta$, on obtient :

$$\delta = \frac{aX}{f'}$$

Le déphasage est toujours alors donné par :

$$\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda_0}$$

Ici :

$$\varphi = \frac{2\pi aX}{\lambda_0 f'}$$

L'ordre d'interférence vaut alors :

$$p_{(M)} = \frac{aX}{\lambda_0 f'}$$

L'intensité lumineuse est donnée par l'expression :

$$\mathcal{I}_{(M)} = 2\mathcal{I}_0 \left(1 + \cos \left[\frac{2\pi aX}{\lambda_0 f'} \right] \right)$$



— Remarque —

Avec la formule $\cos(2a) = 2\cos^2 a - 1$, on a :

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{(M)} &= 2\mathcal{I}_0 \left(1 + \cos \left[\frac{2\pi aX}{\lambda_0 f'} \right] \right) \\ &= 4\mathcal{I}_0 \cos^2 \left[\frac{\pi aX}{\lambda_0 f'} \right] \end{aligned}$$

Les franges d'interférences correspondent à $\mathcal{I}(M) = C^{te}$, donc pour $X = C^{te}$: ce sont donc encore des franges rectilignes parallèles à l'axe Y .

L'ordre d'interférence étant donné par :

$$p_{(M)} = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{aX}{\lambda_0 f'}$$

Si p est entier, alors l'intensité est maximale et on observe en M une frange brillante.

Si p est demi-entier, alors l'intensité est minimale et on observe en M une frange sombre.

L'interfrange est toujours la distance sur l'écran entre deux franges de même nature.

⇒ Activité 23.2

Déterminer l'expression de cette interfrange.

23.3.3 Écran perpendiculaire au segment S_1S_2

23.3.3.1 Dispositif avec lentille

Soit D la distance entre le milieu de S_1S_2 et l'origine O , a la distance entre S_1 et S_2 , ρ la distance entre M et l'origine O . M est porté par OX et S_1S_2 porté par OY .

En faisant apparaître δ , différence de chemin optique, par projection de S_2 sur le rayon S_1M , on obtient :

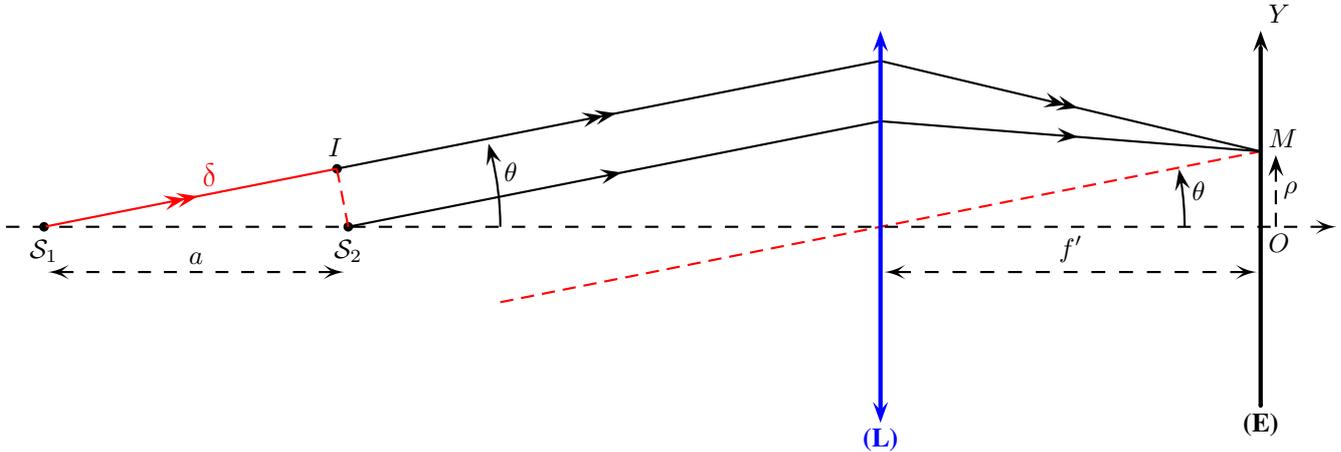


FIGURE 23.10 – Interférences avec lentille : écran perpendiculaire à S_1S_2

$$\begin{aligned}\delta &= S_1M - S_2M \\ &= a \cos \theta \\ &\simeq a \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right) \\ &\simeq a \left(1 - \frac{\rho^2}{2f'^2}\right)\end{aligned}$$

En O , $\rho = 0$ et $\boxed{\delta_0 = a}$.

L'intensité vaut alors :

$$\boxed{\mathcal{I}_{(M)} = 2\mathcal{I}_0 \left(1 + \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda_0} a \left(1 - \frac{\rho^2}{2f'^2}\right) \right] \right)}$$

Toujours au centre O , l'ordre d'interférence vaut :

$$\boxed{p_0 = \frac{\delta_0}{\lambda_0} = \frac{a}{\lambda_0}}$$

L'éclairement est constant si ρ est constant, ce qui correspond à des anneaux concentriques centrés en O .

En un point M quelconque, l'ordre d'interférence $p_{(M)}$ vaut :

$$p_{(M)} = \frac{\delta_{(M)}}{\lambda_0}$$

Pour l'anneau d'ordre p_k , on a :

$$p_k = \frac{a}{\lambda_0} \left(1 - \frac{\rho_k^2}{2f'^2}\right)$$

Si le centre est une tache brillante, c'est-à-dire si p_0 est entier, alors :

- Pour le centre brillant :

$$p_0 = \frac{\delta_0}{\lambda_0} = \frac{a}{\lambda_0}$$

- Pour le premier anneau brillant, $\delta_1 = a \cos \theta_1 \simeq a \left(1 - \frac{\theta_1^2}{2}\right)$ et $\tan \theta_1 = \frac{\rho_1}{f'} \simeq \theta_1$. On a alors :

$$p_1 = \frac{\delta_1}{\lambda_0} = \frac{a}{\lambda_0} \left(1 - \frac{\rho_1^2}{2f'^2}\right)$$

- De même, pour le $k^{\text{ème}}$ anneau brillant :

$$p_k = \frac{\delta_k}{\lambda_0} = \frac{a}{\lambda_0} \left(1 - \frac{\rho_k^2}{2f'^2}\right)$$

⇒ Activité 23.3

Lorsqu'on s'éloigne du centre O , l'ordre p augmente-t-il ou diminue-t-il ?



On a alors :

$$k = p_0 - p_k = \frac{a}{2\lambda_0} \frac{\rho_k^2}{f'^2}$$

On en déduit :

$$\rho_k = f' \sqrt{\frac{2\lambda_0}{a}} \sqrt{k}$$

Avec $\rho_1 = f' \sqrt{\frac{2\lambda_0}{a}}$, on trouve :

$$\rho_k = \rho_1 \sqrt{k}$$

23.3.3.2 Dispositif sans lentille

⇒ Activité 23.4

Calculer la différence de marche lorsque le dispositif précédent est utilisé sans lentille.

23.4 Dispositifs à division du front d'onde

23.4.1 Miroirs de Fresnel

Considérons deux miroirs (M_1) et (M_2) , liés, avec (M_2) forment un angle α faible avec (M_1) . On montre que la source se réfléchit sur les deux miroirs, ce qui permet d'obtenir des figures d'interférences, les faisceaux lumineux se superposant dans une certaine région de l'espace. On obtient donc, à l'aide de ces deux miroirs, deux sources virtuelles synchrones et cohérentes entre elles :

S_1 est obtenue par symétrie orthogonale de S par le miroir (M_1) .

S_2 est obtenue par symétrie orthogonale de S par le miroir (M_2) .

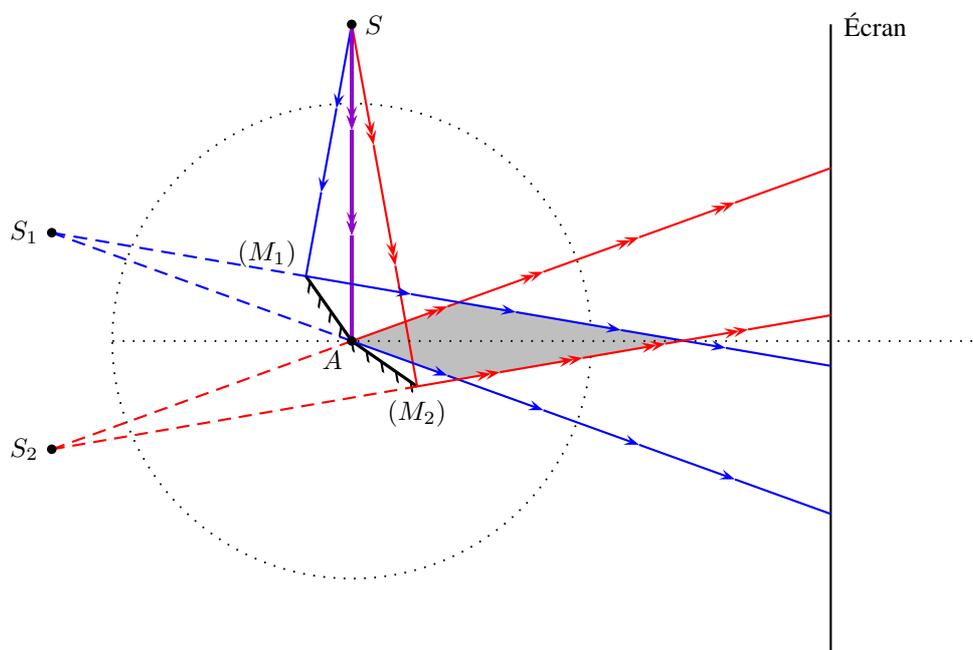


FIGURE 23.11 – Miroirs de Fresnel grand angle

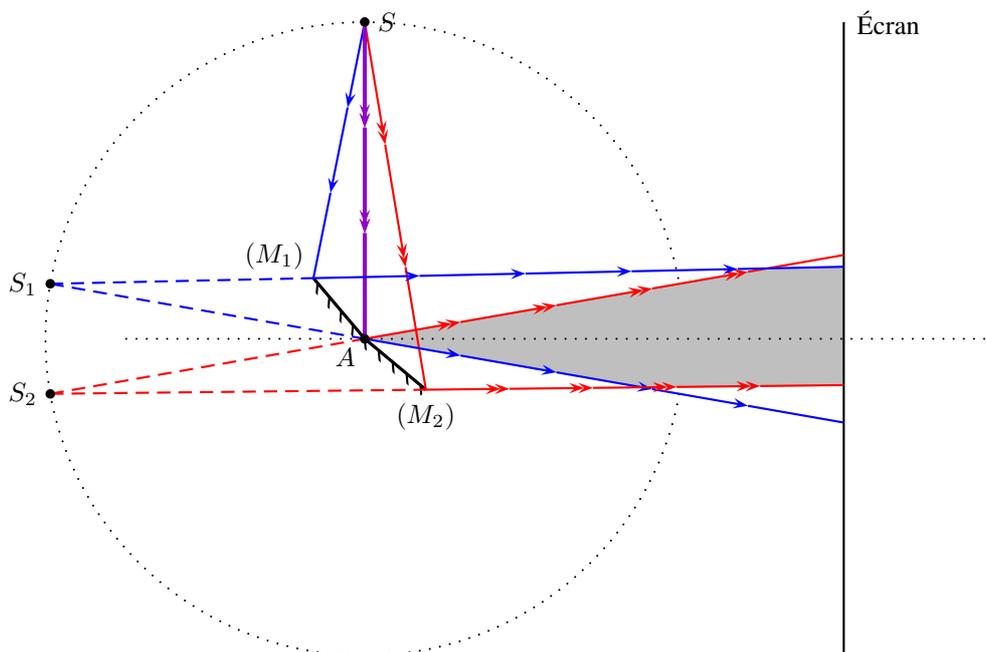


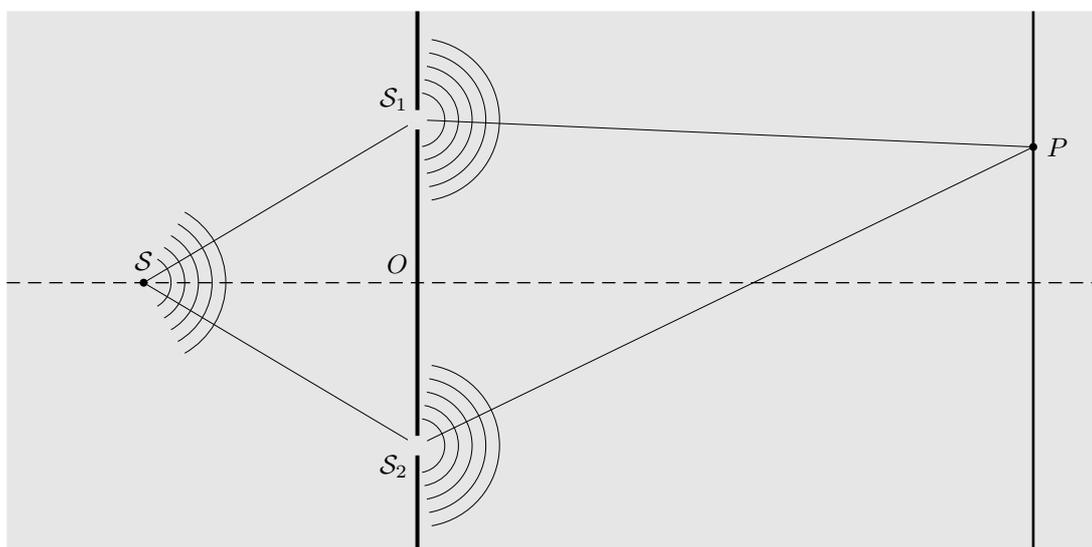
FIGURE 23.12 – Miroirs de Fresnel petit angle

23.4.2 Trous d'Young

23.4.2.1 Principe

Une source S ponctuelle monochromatique (de longueur d'onde λ_0) est placée devant une plaque percée de deux petits trous S_1 et S_2 . On observe alors la lumière sur un écran placé plus loin.

Si la taille des trous est suffisamment petite devant la longueur d'onde, l'onde va être diffractée dans de multiples directions. Tout se passe alors comme si la lumière provenait des deux trous S_1 et S_2 : on les appelle des *sources secondaires*.



On observe sur l'écran une figure d'interférence, c'est-à-dire une alternance de franges obscures et brillantes.

On peut interpréter le phénomène en considérant que les deux faisceaux interférant sont *réellement* issus de S_1 et S_2 , celles-ci étant deux sources synchrones et en phase.

L'état vibratoire au point M d'abscisse x est le résultat de la superposition des vibrations provenant de S_1 et S_2 . Si les deux vibrations arrivent en phase, alors l'intensité lumineuse sera maximale.

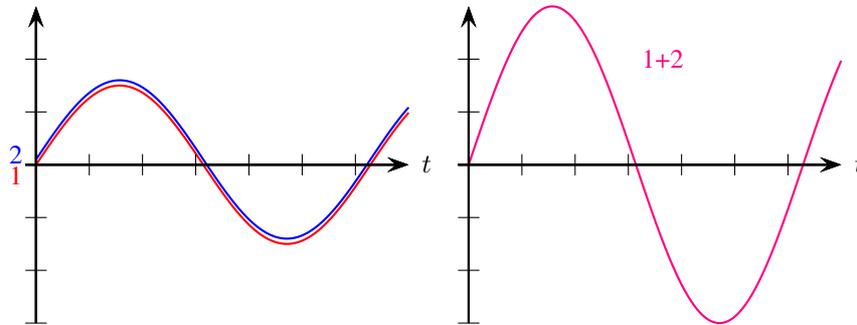


FIGURE 23.13 – Vibrations en phase.

Si les deux vibrations arrivent en opposition de phase, alors l'intensité lumineuse sera nulle : *de la lumière plus de la lumière donne de l'obscurité.*

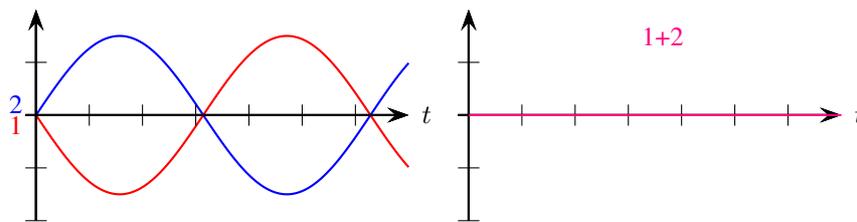


FIGURE 23.14 – Vibrations en opposition de phase.



— Remarque —

Si les deux vibrations n'ont pas la même amplitude, l'amplitude n'est pas nulle et le contraste est différent de 1.

23.4.2.2 Montage simple sans lentille

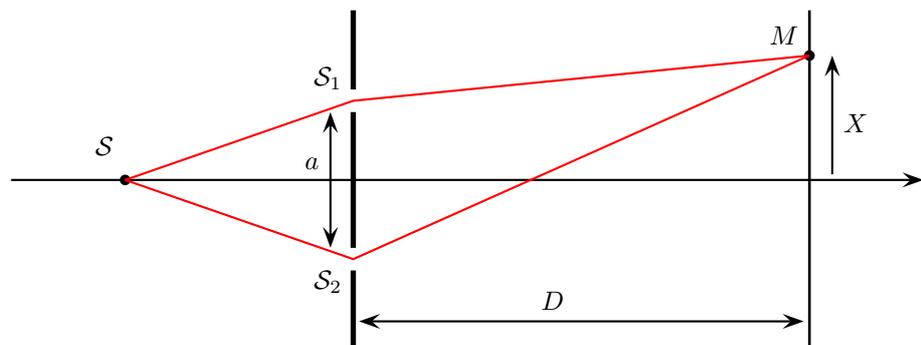


FIGURE 23.15 – Trous d'Young sans lentille

☸ — Rappels —

La différence de marche vaut :

$$\delta = \frac{aX}{D}$$

L'ordre d'interférence vaut :

$$p(M) = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{aX}{\lambda_0 D}$$

Le déphasage vaut :

$$\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} = \frac{2\pi aX}{\lambda_0 D}$$

L'interfrange est donnée par :

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

L'intensité lumineuse s'écrit : $\mathcal{I}(M) = 2\mathcal{I}_0 \left(1 + \cos \left[\frac{2\pi aX}{\lambda_0 D} \right] \right)$

23.4.2.3 Montage avec lentille

L'utilisation de 2 lentilles (une avant, une après) permet d'obtenir une figure plus contrastée.

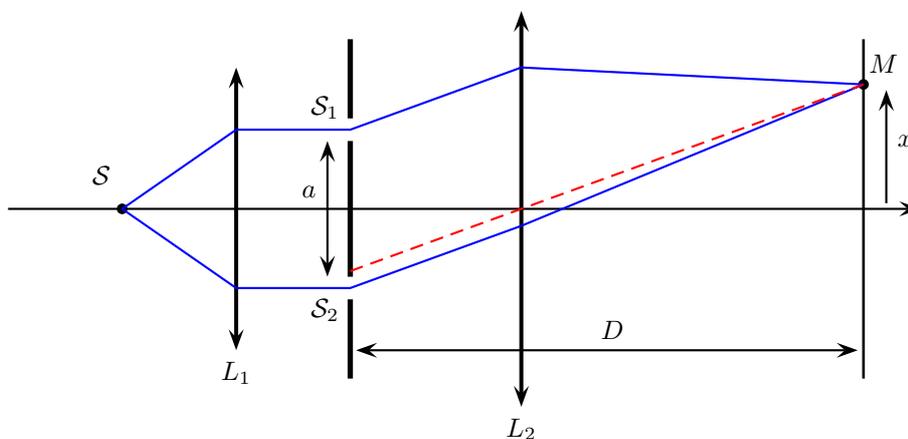


FIGURE 23.16 – Trous d'Young avec lentilles

— Rappels —

La différence de marche vaut :

$$\delta = \frac{a X}{f'}$$

L'ordre d'interférence vaut :

$$p(M) = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{a X}{\lambda_0 f'}$$

Le déphasage vaut :

$$\varphi = \frac{2\pi \delta}{\lambda_0} = \frac{2\pi a X}{\lambda_0 f'}$$

L'interfrange est donnée par :

$$i = \frac{\lambda_0 f'}{a}$$

L'intensité lumineuse s'écrit : $\mathcal{I}(M) = 2\mathcal{I}_0 \left(1 + \cos \left[\frac{2\pi a X}{\lambda_0 f'} \right] \right)$

23.4.2.4 Fentes d'Young

On peut, à la place des trous percés dans la plaque, utiliser des fentes fines, dont la grande longueur est perpendiculaire aux franges de l'écran.

Dans ce cas, l'interprétation est la même car la différence de marche ne dépend que de X .

L'avantage des fentes est de pouvoir observer un phénomène plus lumineux.

23.4.3 Autres dispositifs

Il existe d'autres dispositifs, tels que le bi-prisme de Fresnel, les bi-lentilles de Billet ou encore le miroir de Lloyd.

Voici quelques-uns de ces dispositifs :

23.4.3.1 Biprisme de Fresnel

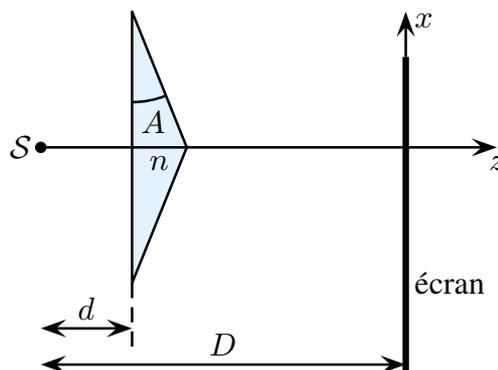


FIGURE 23.17 – Biprisme de Fresnel

23.4.3.2 Bilentilles de Billet

Vous pourrez visiter par exemple la page :

http://uel.unisciel.fr/physique/interf/interf_ch02/co/apprendre_ch2_03.html

23.4.3.3 Miroir de Lloyd

Vous pourrez visiter par exemple la page :

http://uel.unisciel.fr/physique/interf/interf_ch02/co/apprendre_ch2_05.html

23.4.3.4 Lentilles de Meslin

Vous pourrez visiter par exemple la page :

http://uel.unisciel.fr/physique/interf/interf_ch02/co/apprendre_ch2_06.html

23.4.3.5 Dispositif spécial

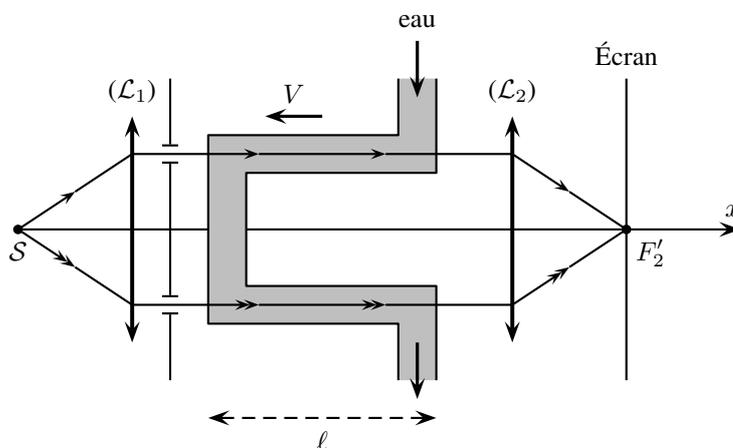


FIGURE 23.18 – Dispositif spécial

23.5 Conditions de visibilité des franges - Cohérence

23.5.1 Cohérence temporelle

23.5.1.1 Durée d'un train d'onde

Aucune source lumineuse n'est strictement monochromatique. En effet, une telle onde serait sinusoïdale dans le temps, de fréquence ν_0 et existerait pendant un temps infini.

Or, toutes les ondes lumineuses que nous connaissons possèdent une durée d'émission finie.

La lumière émise par la source contient donc des fréquences autres que la fréquence ν_0 .

Cela se traduit par le fait que la courbe d'intensité émise par la source contient d'autres fréquences.

23.5.1.2 Largeur spectrale des raies d'émission

La source n'est donc absolument pas monochromatique. On peut approximer la courbe, qui est une courbe en cloche, par un "rectangle".

On montre que ce signal peut être décomposé sous la forme :

$$s(t) = \int_0^{\infty} g(\nu) e^{i2\pi\nu t} dt$$

$g(\nu)$ s'appelle le *profil spectral* de la raie. Sa forme exacte dépend de la nature de la source.

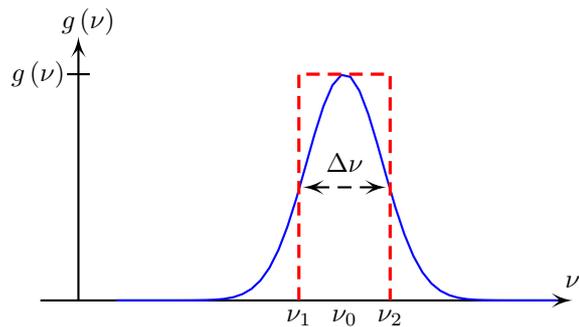


FIGURE 23.19 – Profil spectral

Plus une onde est monochromatique, plus son profil spectral est étroit. Le cas limite correspond à une seule raie de fréquence ν_0 .



— Exemples —

- Une source de lumière blanche émet un spectre continu pour des fréquences comprises entre $3 \cdot 10^{14}$ et $8 \cdot 10^{14}$ Hz, soit $\Delta\nu = 5 \cdot 10^{14}$ Hz.
- Un laser He-Ne possède une largeur spectrale d'environ $1,4 \cdot 10^9$ Hz, donc beaucoup plus faible que la source précédente.

23.5.1.3 Longueur de cohérence

Pour un système interférentiel donné, la différence de phase en un point d'observation M dépend de la fréquence ν de l'onde monochromatique considérée :

$$\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \frac{2\pi\nu\delta}{c}$$

Comme la source est quasi-monochromatique, chacune de ces composantes monochromatiques donne son propre système de franges. Au point M , on observe donc la somme des intensités associées aux différentes fréquences :

$$\mathcal{I}_{(M)} = \sum_i 2\mathcal{I}_0(\nu_i) \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\nu_i\delta}{c}\right) \right]$$

Les systèmes de franges associés à chaque fréquence se superposent et se brouillent car la différence de phase φ dépend de la fréquence.

Cependant, si la largeur spectrale est suffisamment étroite, le brouillage n'est pas visible.

On obtient un critère de netteté des franges en considérant que la source émet toutes les fréquences comprises entre $\nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2}$ et $\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}$ avec l'intensité \mathcal{I}_0 , et seulement ces fréquences.

Dans ce cas, les différences de phase φ diffèrent au plus de $\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta\nu\delta}{c}$. Les franges ne sont pas brouillées si $\Delta\varphi$ est très petit devant 2π :

$$\frac{2\pi\Delta\nu\delta}{c} \ll 2\pi$$

qui fournit :

$$\delta \ll \frac{c}{\Delta\nu} = L_{\text{coh}}$$

L_{coh} est appelée longueur de cohérence temporelle. Il faut que la différence de marche soit petite devant cette longueur pour que les franges soient nettes.

Ce phénomène est lié au fait que la lumière émise par une lampe spectrale est due aux désexcitations d'atomes. En notant τ la durée d'émission due à un atome, on a la relation :

$$\tau \Delta\nu \simeq 1$$

On en déduit que longueur de cohérence vaut également :

$$L_{\text{coh}} = c\tau = \ell_c$$

où ℓ_c est la durée d'émission d'un train d'onde (cf. 23.2.4.2 page 406). Cette condition permet de déterminer la taille observable de la figure d'interférences.



— Exemples —

- Pour une source de lumière blanche, $\Delta\nu = 5.10^{14} \text{ Hz}$, donc $\tau = 2.10^{-15} \text{ s}$ et $L_{\text{coh}} = 6.10^{-7} \text{ m} = 0,6 \mu\text{m}$.
- Pour un laser *He-Ne*, $\Delta\nu = 1,4.10^9 \text{ Hz}$, donc $\tau = 7.10^{-10} \text{ s}$ et $L_{\text{coh}} \simeq 20 \text{ cm}$.

Il est donc plus facile d'obtenir des franges non-brouillées avec un laser qu'avec une source de lumière blanche.

En considérant un $d\nu$ de la distribution, et en déterminant l'intensité lumineuse, on obtient encore une restriction sur le nombre de franges d'interférences visibles. Soit p_v le nombre de franges visibles :

$$p_v = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

avec $\lambda_2 - \lambda_1$ la largeur spectrale typique de la source (ici la largeur à mi-hauteur).



— Rappel —

Une source émet de la lumière sous forme d'ondes ayant une durée limitée : les trains d'onde. Si le dispositif interférentiel fait interférer des ondes issues du même train d'onde, la différence de phase est constante dans le temps et il y a des interférences.

Pour obtenir ces interférences, il faut que la différence de marche entre les deux chemins optiques soit plus courte que la longueur de cohérence.

23.5.1.4 Calcul de l'intensité lumineuse

Considérons l'intensité lumineuse obtenue dans le cas d'une lumière parfaitement monochromatique :

$$\mathcal{I} = 2\mathcal{I}_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \right) = 2\mathcal{I}_0 \left(1 + \cos \frac{\omega_0\delta}{c} \right)$$

Décomposons la raie large $[\omega_0, \omega_0 + \Delta\omega]$ en raies élémentaires fines (d'un point de vue spectral) de largeur $d\omega$, avec un profil spectral rectangulaire.

La contribution à l'intensité totale de la raie élémentaire ω , en l'absence de phénomène d'interférences, vaut $d\mathcal{I}_0$, avec $d\mathcal{I}_0 = A d\omega$ (A étant une constante) pour un profil spectral rectangulaire.

E présence d'interférences, l'intensité lumineuse vaut alors :

$$d\mathcal{I} = 2d\mathcal{I}_0 \left(1 + \cos \frac{\omega\delta}{c} \right) = 2A \left(1 + \cos \frac{\omega\delta}{c} \right) d\omega$$

qui fournit l'intensité totale :

$$\mathcal{I} = \int_{\omega_0}^{\omega_0 + \Delta\omega} 2A \left(1 + \cos \frac{\omega\delta}{c} \right) d\omega$$

L'intégration donne alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{I} &= 2A \left(\Delta\omega + 2\frac{c}{\delta} \sin \frac{\delta \Delta\omega}{2c} \cos \frac{\delta \omega_0}{c} \right) \\ &= 2A \Delta\omega \left(1 + \frac{\sin \frac{\delta \Delta\omega}{2c}}{\frac{\delta \Delta\omega}{2c}} \cos \frac{\omega_0 \delta}{c} \right) \end{aligned}$$

En prenant $\mathcal{I}_0 = A \Delta\omega$, on obtient :

$$\mathcal{I} = 2\mathcal{I}_0 \left(1 + \frac{\sin \frac{\delta \Delta\omega}{2c}}{\frac{\delta \Delta\omega}{2c}} \cos \frac{\omega_0 \delta}{c} \right)$$

Avec $\sigma = \frac{1}{\lambda}$ et en considérant $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$, on a $\Delta\omega \simeq 2\pi c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}$, soit :

$$\begin{aligned} \mathcal{I} &= 2\mathcal{I}_0 \left(1 + \text{sinc}(\pi \delta \Delta\sigma) \cos \frac{2\pi \delta}{\lambda_0} \right) \\ &= 2\mathcal{I}_0 \left(1 + V(\delta) \cos \frac{2\pi \delta}{\lambda_0} \right) \end{aligned}$$

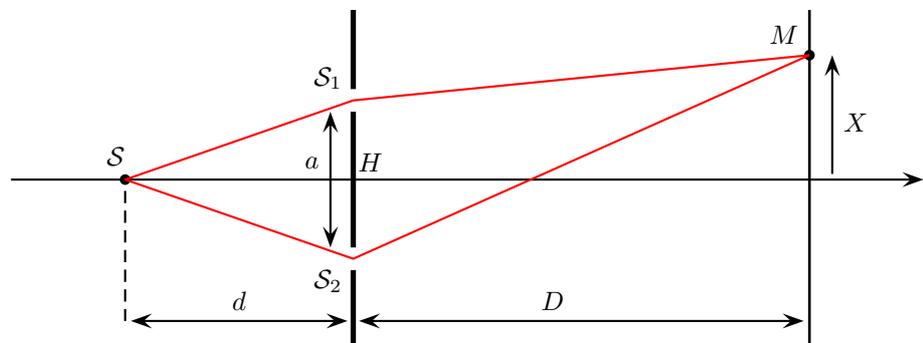
On voit donc apparaître la formule classique d'interférences à 2 ondes corrigée par la présence de $V(\delta)$ appelé *facteur de visibilité*.

Le premier brouillage des franges a lieu lorsque $V(\delta)$ s'annule, soit pour $\delta = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \gg \lambda_0$

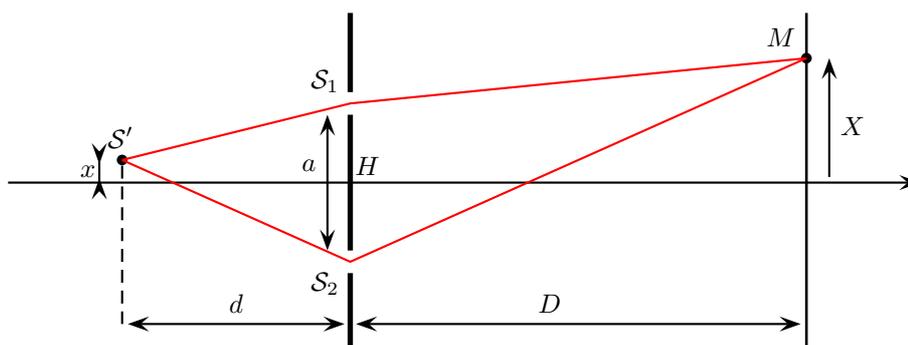
23.5.2 Cohérence spatiale

23.5.2.1 Déplacement de la source

Intéressons-nous au montage suivant :



- Un déplacement de la source primaire perpendiculairement au plan de la figure ne modifie pas la différence de marche $(\mathcal{S}\mathcal{S}_2) - (\mathcal{S}\mathcal{S}_1)$. On ne modifie donc pas le contraste si on remplace le point source par une fente source perpendiculaire à ce plan). Par contre on y gagne en luminosité et en confort d'observation.
- Par contre, si le déplacement de la source est colinéaire à $\mathcal{S}_1\mathcal{S}_2$ dans le plan de la figure, il apparaît une différence de marche supplémentaire $(\mathcal{S}\mathcal{S}_2) - (\mathcal{S}\mathcal{S}_1)$.



La différence de marche totale s'écrit alors :

$$\delta = a \frac{x}{d} + a \frac{X}{D}$$

La frange centrale, définie par $\delta = 0$ est alors en $X_0 = -\frac{D}{d}x$.

Il y a donc translation des franges dans le sens opposé à celle de la source.

23.5.2.2 Extension spatiale de la source

Une source ponctuelle ne peut pas être réalisée en réalité. Toute source possède une certaine largeur.

Considérons les deux sources \mathcal{S} et \mathcal{S}' .

Si la distance entre la frange centrale initiale et la frange centrale finale dépasse $\frac{i}{2}$, il y a brouillage du système de franges.

L'interfrange valant $i = \frac{\lambda_0 D}{a}$, cela correspond à un déplacement maximal :

$X < X_{\max}$ avec $X_{\max} = \frac{i}{2}$, soit :

$$\frac{D}{d} x_{\max} = \frac{\lambda_0 D}{2a}$$

On en déduit :

$$x_{\max} = \frac{\lambda_0 d}{2a}$$

En notant b la largeur de la source, on a $b = 2x$, soit $b_{\max} = 2x_{\max}$.

On en déduit la largeur de source à ne pas dépasser :

$$b_{\max} = \frac{\lambda_0 d}{a}$$



— Largeur de cohérence —

On définit la largeur de cohérence spatiale de la source (monochromatique et de longueur d'onde λ_0) par la relation :

$$L_S = \frac{\lambda_0 d}{b}$$

Elle correspond également au rapport :

$$L_S = \frac{\lambda_0}{\theta}$$

θ étant l'angle sous lequel on voit la source primaire depuis le point H .

On voit ainsi que la cohérence spatiale est bonne si :

$$a \ll L_S$$

Si a atteint cette valeur, les franges se brouillent.

Ceci est une condition contraignante, car la largeur de la source doit être de l'ordre du centième de μm .

23.5.2.3 Calcul de l'intensité lumineuse

Si la source primaire est étendue, chacun des points qui la constitue est alors une source qui fournit son propre système de franges. Or, deux points de la source ne sont pas mutuellement cohérents. Les intensités de chaque point s'ajoutent donc pour former l'intensité totale.

Considérons une source S de largeur b , centrée sur l'axe. On peut la décomposer en fentes élémentaires très fines, de largeur dx , situées à des abscisses comprises entre $-\frac{b}{2}$ et $+\frac{b}{2}$. Chaque fente élémentaire contribue à l'intensité lumineuse totale grâce au terme $d\mathcal{I}_0 = A dx$:

$$d\mathcal{I} = 2 d\mathcal{I}_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi \delta}{\lambda_0} \right) = 2 A \left(1 + \cos \frac{2\pi a}{\lambda_0} \left[\frac{x}{D} + \frac{X}{d} \right] \right) dx$$

L'intensité lumineuse totale vaut alors :

$$I = \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} 2 A \left(1 + \cos \frac{2\pi a}{\lambda_0} \left[\frac{x}{D} + \frac{X}{d} \right] \right) dx$$

Soit, en posant $\mathcal{I}_0 = \int d\mathcal{I}_0 = \int A dx = A b$ et $\text{sinc} y = \frac{\sin y}{y}$:

$$\begin{aligned} I &= 2 A \left(b + \frac{\lambda_0 d}{\pi a} \sin \frac{\pi a b}{\lambda_0 d} \cos \frac{2\pi a X}{\lambda_0 D} \right) \\ &= 2 \mathcal{I}_0 \left(1 + \text{sinc} \frac{\pi a b}{\lambda_0 d} \cos \frac{2\pi a X}{\lambda_0 D} \right) \\ &= 2 \mathcal{I}_0 \left(1 + V \cos \frac{2\pi a X}{\lambda_0 D} \right) \end{aligned}$$

Le contraste \mathcal{C} des franges est ici en tout point égal au facteur de visibilité V . Il s'annule pour la première fois lorsque :

$$b = \frac{\lambda_0 d}{a} = i \frac{d}{D}$$

Cette valeur correspond aussi $a = \frac{\lambda_0 d}{b} = L_S$, largeur de cohérence spatiale de la source. En considérant un élément différentiel d'intensité et en l'intégrant sur la largeur de la source, on obtient :

$$I = \mathcal{K} b \left[1 + \frac{\sin \left(\frac{\pi a b}{\lambda_0 D} \right)}{\frac{\pi a b}{\lambda_0 D}} \cos \left(\frac{2\pi a X}{\lambda_0 D} \right) \right]$$

23.5.2.4 Largeur maximale de la fente source

D'après l'expression du contraste, on ne peut observer les interférences que si le contraste est suffisamment important, c'est-à-dire qu'on obtient un contraste seuil, donc une valeur maximale de b .

23.5.3 Conclusion : visibilité des franges

— Rappel —

Par définition, on appelle contraste, noté \mathcal{C} :

$$\mathcal{C} = \frac{\mathcal{I}_{\max} - \mathcal{I}_{\min}}{\mathcal{I}_{\max} + \mathcal{I}_{\min}}$$

Avec \mathcal{I}_{\max} l'intensité maximale et \mathcal{I}_{\min} l'intensité minimale.

On montre que dès que l'on s'écarte un peu du centre de la figure d'interférences, le contraste devient très faible. On ne peut donc discerner qu'un très petit nombre de franges.

En effet, si la cohérence spatiale ou temporelle n'est pas bonne, les franges sont partiellement brouillées. Leur contraste est alors inférieur à 1.

On peut calculer l'intensité lumineuse en un point M :

$$\mathcal{I}(M) = 2\mathcal{I}_0 \left[1 + V(\delta) \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}\right) \right]$$

Le terme $V(\delta)$ est appelé visibilité des franges ou facteur de visibilité et est égal au contraste. Cette visibilité dépend de la forme de la source pour la cohérence spatiale et de son profil spectral pour la cohérence temporelle.

Si on considère deux sources cohérentes, on ajoute les amplitudes lumineuses comme on l'a vu précédemment. Dans le cas contraire, on ajoute les intensités.

Les phénomènes de cohérence spatiale et temporelle sont illustrés sur la page :

<http://www.f-vandenbrouck.org/coherence.html>

La cohérence spatiale ici seulement :

http://ressources.unisciel.fr/tp_virtuels/interferences/res/fentesyoung4.eWeb/index.html